On aura don le système suivant :

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = -33 \ (1) \\ x^2 + y^2 = 65 \ (2) \\ 2x.y = 56 \ (3) \end{cases}$$

(1)+(2) $\Rightarrow 2x^2=32 \Rightarrow x^2=16 \Rightarrow x=4$ ou $x=-4$

Pour x=4 l'éq (3) donne y= 7

D'où : $\delta = 4 + 7\,i$

Par suite les solutions de l'équation sont :

$$Z' = \frac{10+5i+4+7i}{2(4-3i)} = \frac{7+6i}{4-3i} = \frac{(7+6i).(4+3i)}{4^2+3^2}$$

$$= \frac{28+21i+24i-18}{25} = \frac{2}{5} + \frac{9}{5}i$$

$$Z'' = \frac{10+5i-4-7i}{2(4-3i)} = \frac{3-i}{4-3i} = \frac{(3-i).(4+3i)}{4^2+3^2}$$

$$= \frac{12+9i-4i+3}{25} = \frac{3}{5} + \frac{1}{5}i$$

D'où $S_C = \left\{ \frac{2}{5} + \frac{9}{5}i ; \frac{3}{5} + \frac{1}{5}i \right\}$

Exercice n° 6

a) $(z-2).(z^2 - 3iz + 4) = 0$

$\Leftrightarrow z - 2 = 0$ ou $z^2 - 3iz + 4 = 0$

$\Leftrightarrow z_0 = 2$ ou $z^2 - 3iz + 4 = 0$

- $z^2 - 3iz + 4 = 0$:

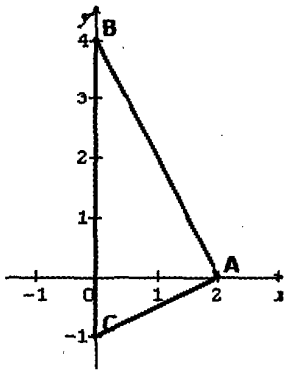
On a $\Delta = (-3i)^2 - 4 \times 4 = -9 - 16 = -25 = (5i)^2$

Donc 5i est une racine carrée de Δ d'où les solutions de l'équation $z^2 - 3iz + 4 = 0$ sont :

$z' = \frac{3i+5i}{2} = 4i$ et $z'' = \frac{3i-5i}{2} = -i$

Conclusion : $S_C = \{2, 4i, -i\}$

b) $z_A = 2$, $z_B = 4i$ et $z_C = -i$



On a : $\text{aff}(\overrightarrow{AB}) = z_B - z_A = 4i - 2$

$\text{aff}(\overrightarrow{AC}) = z_c - z_A = -i - 2$

$\frac{aff(\overrightarrow{AB})}{aff(\overrightarrow{AC})} = \frac{4i-2}{-i-2} = \frac{(4i-2)(i-2)}{5} = -2i$ imaginaire pure

Par suite (AB) et (AC) sont perpendiculaires d'où le triangle ABC est rectangle en A

Exercice n° 7 $\theta \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$

a) $\Delta' = (1+i)^2 - .2i.(1+tg^2\theta)$

$= 2i - 2i - 2i\,tg^2\theta = -2i\,tg^2\theta = [(1-i)tg\theta]^2$

Donc $\delta = (1-i)tg\theta$

D'où :

$Z' = 1 + i + (1-i)\,tg\theta$

$Z'' = 1 + i - (1-i)\,tg\theta$

$S_C = \{(1+i) + (1-i)tg\theta ; (1+i) - (1-i)tg\theta\}$

a) $a = 1 + i = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

$b = 1 + i\,tg\theta = \frac{1}{\cos\theta}(\cos\theta + i\sin\theta)$

Donc $b = \frac{1}{\cos\theta}e^{i\theta}$ (car $\cos\theta > 0$)

b) * $Z' = (1+i)[1 + \frac{1-i}{1+i}tg\theta]$,

or $\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{2} = -i$. Par suite on aura :

$z' = (1+i)(1-i\,tg\theta) \Longrightarrow Z' = a\bar{b}$

* $Z'' = (1+i)[1 - \frac{1-i}{1+i}tg\theta] = (1+i)(1+i\,tg\theta)$

$\Longrightarrow Z'' = ab$

c) $Z' = a\bar{b} = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}} . \frac{1}{\cos\theta}e^{-i\theta} = \frac{\sqrt{2}}{\cos\theta}e^{i(\frac{\pi}{4}-\theta)}$

$Z'' = ab = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}} . \frac{1}{\cos\theta}e^{i\theta} = \frac{\sqrt{2}}{\cos\theta}e^{i(\frac{\pi}{4}+\theta)}$

Carray.tn - Aqra Blech - Carray.tn